

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Sea λ un parámetro real cualquiera. Determine para qué valores de λ el sistema de ecuaciones que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{cases} 2\lambda x - 2y - \lambda z = 2 \\ \lambda x - y + z = 5 \\ 3\lambda x + 4y + (\lambda - 1)z = \lambda - 5 \end{cases}$$

b) (1 punto) Determine la inversa de la matriz:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. (2 puntos)

a) (1 punto) Sean \vec{u} y \vec{v} dos vectores que satisfacen que $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$ y $u \cdot v = 10$. Determine $\vec{u} \times \vec{v}$.

b) (1 punto) Considere las rectas siguientes:

$$r : \begin{cases} 2x - y = 0 \\ ax - z = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} x + by = 3 \\ y + z = 3 \end{cases}$$

1) (0,5 puntos) Determine los valores de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ para que las rectas sean paralelas.

2) (0,5 puntos) ¿Existen valores de $a \neq 0$ y $b \neq 0$ para que las rectas sean coincidentes?

3. (5 puntos)

a) (2 puntos) Usando el cambio de variable $t = e^x$, calcule:

$$\int \frac{e^{3x}}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$$

b) (1,5 puntos) Determine el límite siguiente:

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{1}{1 - \operatorname{sen}(x)} \right)^{\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}}$$

c) (1,5 puntos) Determine la ecuación de la curva $f(x)$ sabiendo que la recta tangente en $x = 3$ es $y = 9x - 13$ y la derivada segunda verifica que $f''(x) = 4$, para cualquier valor de x .

OPCIÓN B

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Sea λ un parámetro real cualquiera y considere la matriz y vector siguientes:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & -\lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

1) (1 punto) ¿Para qué valores de λ existe la matriz inversa $(\mathbf{A} - 2\mathbf{I})^{-1}$, siendo \mathbf{I} la matriz identidad de orden 3?

2) (1 punto) Si $\lambda = 0$, encuentre los valores de x, y , y z que satisfacen la ecuación

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = 2\mathbf{X} + \mathbf{b}$$

$$\text{donde } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

b) (1 punto) Sean F_1, F_2 y F_3 la primera, segunda y tercera filas, respectivamente, de una matriz \mathbf{M} de orden 3×3 cuyo determinante es -2 .

Calcule el determinante de una matriz cuyas filas primera, segunda y tercera son, respectivamente: $5F_1 - F_3, 3F_3$ y F_2 .

2. (2 puntos)

a) (0,75 puntos) Sea a un parámetro real cualquiera. Dados los planos:

$$\pi : 3x + ay + 2z - 10 = 0, \quad \text{y} \quad \pi' : x - y + az - 5 = 0$$

¿Existen valores de a para los que los planos sean paralelos?

b) (1,25 puntos) Encuentre la ecuación de la recta paralela a la recta intersección de los planos:

$$\pi : 3x + 2y + z = 10, \quad \text{y} \quad \pi' : 4x - 2y - 8z = 10$$

que pasa por el punto $(1, 1, 0)$.

3. (5 puntos)

a) (3 puntos) Sea

$$f(x) = x^2 e^{1/x^2}$$

1) (0,5 puntos) Determine el dominio de $f(x)$.

2) (1,5 puntos) Determine, si existen, las asíntotas de $f(x)$.

3) (1 punto) Determine, si existen, los máximos y mínimos relativos de $f(x)$.

b) (2 puntos) Calcule:

$$\int \left(\frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} + \frac{\ln(x)}{x^2} \right) dx$$

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. (3 puntos)

- a) (2 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.
- b) (1 punto) La determinación de la matriz inversa puede hacerse por cualquier método. Si se calcula la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan, el proceso es más largo que si se calcula mediante determinantes y los errores numéricos pueden ser más habituales. En ese caso deberá valorarse más el proceso que los cálculos, siempre que éstos tengan sentido.

A. 2. (2 puntos)

- a) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta tanto los razonamientos como las propiedades usadas.
- b) (1 punto)
 - 1) (0,5 puntos) Encontrar los valores de a y b : 0,5 puntos.
 - 2) (0,5 puntos) Responder correcta y razonadamente: 0,5 puntos.

A. 3. (5 puntos)

- a) (2 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta. Si al final de la integral no se deshace el cambio, podrá penalizarse el problema hasta 0,25 puntos. Si no se incluye la constante de integración, podrá penalizarse el problema hasta 0,25 puntos.
- b) (1,5 puntos) Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.
- c) (1,5 puntos) Los cálculos son suficientemente sencillos como para que no haya dificultad en encontrar la función solicitada.

OPCIÓN B

B. 1. (3 puntos)

- a) (2 puntos)
 - 1) (1 punto) Determinación de los valores de λ : 1 punto.
 - 2) (1 punto) Determinación de la solución: 1 punto.
- b) (1 punto) La calificación deberá tener en cuenta los razonamientos y propiedades que se usen.

B. 2. (2 puntos)

- a) (0,75 puntos) Responder correcta y razonadamente: 0,75 puntos.
- b) (1,25 puntos) Se considera correcto proporcionar la ecuación de la recta en cualquier forma (vectorial, paramétrica...)

B. 3. (5 puntos)

a) (3 puntos)

- 1) (0,5 puntos) Determinación del dominio: 0,5 puntos.
- 2) (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta que se analice la existencia de los tres tipos de asíntotas, aunque sea para decir que no existen. El estudio de cada tipo de asíntota se valorará con 0,5 puntos.
- 3) (1 punto) Estudio de máximos: 0,5 puntos. Estudio de mínimos: 0,5 puntos.

- b) (2 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta. Si solo se integra uno de los sumandos la calificación máxima será de 1 punto (la mitad del ejercicio). Si no se incluye la constante de integración podrá penalizarse el problema hasta 0,25 puntos.